

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1993/94

Ocktober/November 1993

EUM 101 - MATEMATIK KEJURUTERAAN 1

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 9 muka surat bercetak dan **TUJUH (7)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab soalan **No. 1** dan mana-mana **EMPAT (4)** soalan lain. Jika calon menjawab lebih daripada 5 soalan hanya **LIMA SOALAN** pertama mengikut susunan skrip jawapan akan diberi markah.

Mesin hitung boleh digunakan.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Selesaikan sistem persamaan linear yang berikut :

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3$$

$$2x_1 - x_2 - 3x_3 = -8$$

$$5x_1 + 2x_2 + x_3 = 9$$

(25%)

- (b) Jika $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 23$, dapatkan

$$\frac{dy}{dx} \text{ dan } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ pada titik } x = -2, y = 3.$$

(25%)

- (c) Jika $I_n = \int x^n e^{2x} dx$, tunjukkan bahawa

$$I_n = \frac{x^n e^{2x}}{2} - \frac{n}{2} \cdot I_{n-1}$$

(25%)

- (d) (i) Tunjukkan bahawa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{4+n}$ adalah siri mencapah .

- (ii) Dapatkan julat nilai bagi x yang mana siri

$$\sum_{(n=1)}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{(n+1) 5^n} \text{ menumpu mutlak .}$$

(25%)

2. (a) Arus I_1, I_2, I_3 yang melalui galangan z_1, z_2, z_3 bagi suatu sistem litar elektrik diberi seperti berikut:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$z_1 I_1 - z_2 I_2 = e_1 - e_2$$

$$z_2 I_2 - z_3 I_3 = e_2 - e_3$$

Jika $z_1 = 10, z_2 = 8, z_3 = 3, e_1 - e_2 = 65, e_2 - e_3 = 120$; dapatkan nilai arus I_1, I_2 dan I_3 dengan menggunakan kaedah matriks.

(40%)

(b) Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 5 & 0 \\ -4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

dapatkan nilai eigen dan vektor eigennya.

(30%)

- (c) Tunjukkan bahawa jika \vec{V}_1 dan \vec{V}_2 ialah vektor – vektor eigen bagi matrik A , yang nyata dan simetri berpadanan dengan nilai – nilai eigen λ_1 dan λ_2 , maka $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = \vec{V}_1' \vec{V}_2 = 0$.

(30%)

3. (a) Katakan N ialah titik yang terletak disempadan BC bagi segitiga ABC. Jika N membahagi sempadan BC dengan nisbah

$$|\vec{BN}| : |\vec{NC}| = p : q, \text{ dapatkan}$$

(i) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}$;

(ii) $\vec{AN} + \vec{NC} + \vec{AC}$.

Tunjukkan juga bahawa,

$$\vec{AN} = \frac{1}{p+q}(q \vec{AB} + p \vec{AC})$$

(30%)

- (b) (i) Berikan takrif hasildarab titik dan hasildarab silang bagi dua vektor a dan b secara geometri. Dengan menggunakan takrifan ini, tunjukkan bahawa;

$$|\underline{a} \times \underline{b}|^2 = |\underline{a}|^2 |\underline{b}|^2 - (\underline{a} \cdot \underline{b})^2$$

- (ii) Katakan vektor-vektor kedudukan

\vec{OA} , \vec{OB} dan \vec{OC} ditakrifkan,

$$\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} ;$$

$$\vec{OB} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k} \text{ dan}$$

$$\vec{OC} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k} .$$

Tentukan sudut diantara \vec{AB} dan \vec{BC} .

(40%)

- (c) Jika $\underline{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ dan $\underline{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, dapatkan ,

(i) $\underline{a} \cdot \underline{b}$

(ii) $\underline{a} \times \underline{b}$

(iii) magnitud dan kosinus arah $\underline{a} \times \underline{b}$.

(30%)

4. (a) Nyatakan aturan L'Hospital. Tentukan had bagi fungsi yang berikut (jika wujud):

(i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x + 10}{x - 2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + x^2} - \sqrt{9 - x^2}}{x^2}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{\ln x}{x^2 - 1} \right\}$ dan

(iv) $\lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{\ln \cos 2\pi x}{1 + \cos \pi x} \right\}$

(50%)

- (b) (i) Berikan takrif secara ringkas,
fungsi f selanjar pada $x = c$;
fungsi f bolehbeza pada $x = c$.

(ii) Jika $f(x) = \begin{cases} cx + 3 & , \quad x < 1 \\ x^2 + x & , \quad x \geq 1 \end{cases}$,

dapatkan nilai c supaya $f(x)$ selanjar pada semua nilai x .

(30%)

- (c) Dapatkan $\frac{dy}{dx}$, jika ,

(i) $y = x^x$ (bagi $x > 0$) ;

(ii) $2y^3 + 3xy^2 - x^3 = 8$.

(20%)

5. (a) Dapatkan nilai kamiran yang berikut :

(i) $\int \frac{4x^2}{x^3 - 7} dx$;

(ii) $\int x e^{x^2} dx$;

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$;

(iv) $\int_1^e x^2 \ln x dx$.

(40%)

(b) Lakarkan graf bagi fungsi,

$$y = 4 - 3x - x^2 + \frac{1}{3}x^3$$

dengan menentukan titik-titik genting bagi nilai ekstremnya. Nyatakan nilai ekstremnya dan selang-selang fungsi itu menonok, menyusut, cekung ka atas dan cekung ke bawah.

Dengan menggunakan kaedah Newton-Raphson, dapatkan penghampiran salah satu punca bagi persamaan di atas diantara (0,2) tepat kepada tiga titik perpuluhan.

(40%)

(c) Dapatkan isipadu yang dijana oleh satah yang dibatasi oleh $y = 4 \cos 2x$, paksi x dan ordinat $x=0$ dan $x= \pi/4$ berputar terhadap paksi x dengan satu putaran yang lengkap.

(20%)

- 7 -

6. (a) (i) Jika $V = f(ax + by)$, tunjukkan bahawa

$$b \frac{\partial V}{\partial x} - a \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$b a - a b = 0$$

- (ii) Dapatkan semua kebezaan separa peringkat pertama dan kedua bagi fungsi $z = \sin xy$.

(30%)

- (b) Dapatkan nilai kamiran bagi fungsi yang berikut ;

(i) $\int_0^2 \int_1^3 (y^2 - xy) dy dx$;

(ii) $\int_1^2 \int_0^\pi (3 + \sin \theta) d\theta dr$;

(iii) $\int_0^\pi \int_0^4 \cos z \int_0^{\sqrt{16-y^2}} y dx dy dz$.

(30%)

- (c) Sebuah syarikat tayar dunlop mengeluarkan dua jenis tayar untuk Proton Wira. Keuntungan bulanan bagi mengeluarkan tayar diberi dalam ribu ringgit sebagai,

$$U(t_1, t_2) = 60t_1 + t_1t_2 + 40t_2 - t_1^2 - \frac{t_2^2}{2} - 100$$

yang mana t_1 dan t_2 mewakili bilangan unit tayar bagi setiap jenis tayar yang dikeluarkan. Buat masa ini, syarikat itu berupaya mengeluarkan 100 tayar setiap bulan. Berapakah bilangan setiap jenis tayar yang sepatutnya dikeluarkan oleh syarikat tersebut supaya mereka mendapat keuntungan yang maksimum?. Tentukan keuntungan maksimum yang diperolehi.

(40%)

7. (a) Tentukan samada siri yang berikut menumpu atau mencapah :

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5+n}$;

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2n^2}{1+n^2}$

(30%)

- (b) Dapatkan julat bagi x supaya siri yang berikut menumpu :

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{n^3} x^n$;

(ii) $\frac{(x-1)}{1} + \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-2)^3}{3} + \dots + \frac{(x-2)^n}{n} + \dots$

(20%)

- (c) (i) Berikan takrif fungsi ganjil dan fungsi genap.
Tunjukkan jika $f(x)$ ialah fungsi genap dan $g(x)$ ialah fungsi ganjil, maka hasil darab $f(x)$ dan $g(x)$ ialah fungsi ganjil.
- (ii) Siri Fourier bagi $f(x)$ dengan kalaan $2L$ ditakrifkan sebagai,

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L}$$

yang mana

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx ;$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dx ;$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dx$$

bagi $n = 1, 2, 3, \dots$,

Dapatkan siri Fourier bagi fungsi,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad -\pi \leq x \leq \pi \\ 0 & , \quad \text{lain} - \text{lain} . \end{cases}$$

(50%)

-ooo0ooo-